XI MIPA 1 @scinelery

DATE

trigonometri

a. persamaan trigonometri

SUDUT DALAM SATUAN DERAJAT	SUDUT DALAM SATUAN RADIAN
① $\sin x = \sin a^\circ$	① $\sin x = \sin a$
$\Leftrightarrow x = a^\circ + k \cdot 360^\circ$	$\Leftrightarrow x = a + k \cdot 2\pi$
$\Leftrightarrow x = (180^\circ - a^\circ) + k \cdot 360^\circ$	$\Leftrightarrow x = (\pi - a) + k \cdot 2\pi$
② $\cos x = \cos a^\circ$	② $\cos x = \cos a$
$\Leftrightarrow x = a^\circ + k \cdot 360^\circ$	$\Leftrightarrow x = a + k \cdot 2\pi$
$\Leftrightarrow x = -a^\circ + k \cdot 360^\circ$	$\Leftrightarrow x = -a + k \cdot 2\pi$
③ $\tan x = \tan a^\circ$	③ $\tan x = \tan a$
$\Leftrightarrow x = a^\circ + k \cdot 180^\circ$	$\Leftrightarrow x = a + k \cdot \pi$

notes.

nilai k harus bilangan bulat.

contoh soal!

1. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan $\sin x = -\frac{1}{2}$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

$\sin x = -\frac{1}{2}$ ... ubah $-\frac{1}{2}$ menjadi nilai sin

$\sin x = -30^\circ$ ... -30° merupakan nilai a, masukkan dalam rumus $\sin x = \sin a^\circ$

$\Leftrightarrow x = a + k \cdot 360^\circ$

$x = -30 + k \cdot 360$ ... tentukan nilai k yang sesuai.

$k = 0 \Rightarrow x = -30^\circ$ (TIDAK MEMENUHI)

$k = 1 \Rightarrow x = 330^\circ$

$\Leftrightarrow x = (180^\circ - a^\circ) + k \cdot 360^\circ$

$x = (180^\circ - (-30^\circ)) + k \cdot 360^\circ$

$x = 210^\circ + k \cdot 360^\circ$

$k = 0 \Rightarrow x = 210^\circ$

$k = 1 \Rightarrow x = 570^\circ$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{210^\circ, 330^\circ\}$

Typo

XI MIPA 1 @scinelery

DATE

2. tentukan himpunan penyelesaian persamaan $\tan(x - 25^\circ) = 1$ untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

$\tan(x - 25^\circ) = 1$ ... ubah 1 menjadi nilai tan

$\tan(x - 25^\circ) = \tan 45^\circ$ ... $(x - 25^\circ)$ merupakan nilai x. masukkan ke rumus $\tan x = \tan \alpha^\circ$

$\Rightarrow x = \alpha + k \cdot 180^\circ$

$x - 25^\circ = 45^\circ + k \cdot 180^\circ$

$x = 70^\circ + k \cdot 180^\circ$ ... tentukan nilai k yang sesuai

$k = 0 \Rightarrow x = 70^\circ$

$k = 1 \Rightarrow x = 250^\circ$

$k = 2 \Rightarrow x = 430^\circ$ (TIDAK MEMENUHI)

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $(70^\circ, 250^\circ)$

3. tentukan himpunan penyelesaian persamaan $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ untuk $-\pi \leq x \leq \pi$

$2\cos x + \sqrt{3} = 0$

$2\cos x = -\sqrt{3}$

$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ... ubah $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ menjadi nilai cos

$\cos x = \cos \frac{7}{6}\pi$ ... masukkan ke rumus $\cos x = \cos \alpha$

$\Rightarrow x = \alpha + k \cdot 2\pi$

$x = \frac{7}{6}\pi + k \cdot 2\pi$ ... tentukan nilai k yang sesuai

$k = -6 \Rightarrow x = -\frac{5}{6}\pi$

$k = -5 \Rightarrow x = -\frac{3}{6}\pi$

$k = -4 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{6}$

$k = -3 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$

$k = -2 \Rightarrow x = \frac{3}{6}\pi$

$k = -1 \Rightarrow x = \frac{5}{6}\pi$

$\Rightarrow x = -\alpha + k \cdot 2\pi$

$x = -\frac{7}{6}\pi + k \cdot 2\pi$ ... tentukan nilai k yang sesuai

$K = 1 \Rightarrow x = -\frac{5}{6}\pi$

$K = 2 \Rightarrow x = -\frac{3}{6}\pi$

$K = 3 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{6}$

$K = 4 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$

$K = 5 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{6}\pi$

$K = 6 \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6}\pi$

Jadi, Himpunan penyelesaiannya adalah $\{-\frac{5}{6}\pi, -\frac{3}{6}\pi, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}, \frac{3}{6}\pi, \frac{5\pi}{6}\pi\}$

b. Identitas trigonometri penjumlahan dan selisih dua sudut

Identitas kosinus

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

Identitas sinus

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

Identitas tangen

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$$

Contoh soal!

$\cos 75^\circ = \ldots$

$\cos(45^\circ + 35^\circ) = \cos 30^\circ\cos 45^\circ - \sin 30^\circ\sin 45^\circ$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4}$

$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$

$= \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$

Typo

XI MIPA 1 @scinelery

DATE

c. identitas trigonometri : sudut rangkap

1. SUDUT RANGKAP

identitas sinus

$\sin 2a = 2\sin a\cos a$

identitas kosinus

$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$

$= 2\cos^2 a - 1$

$= 1 - 2\sin^2 a$

identitas tangen

$\tan 2a = \frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$

contoh soal!

1. tentukan nilai dari $4\sin 15^\circ\cos 15^\circ$

$4\sin 15^\circ\cos 15^\circ$

$= 2 \cdot 2\sin 15^\circ\cos 15^\circ$ ... $2\sin 15^\circ\cos 15^\circ$ sesuai dengan rumus sudut rangkap dari sinus

$= 2 \cdot \sin 30^\circ$

$= 2 \cdot \frac{1}{2}$

$= 1$

2. SUDUT PERTENGAHAN

identitas sinus

$\sin \frac{1}{2}a = \pm\sqrt{\frac{1-\cos a}{2}}$

identitas kosinus

$\cos \frac{1}{2}a = \pm\sqrt{\frac{1+\cos a}{2}}$

identitas tangen

$\tan \frac{1}{2}a = \pm\sqrt{\frac{1-\cos a}{1+\cos a}}$

XI MIPA 1 @scinelery

DATE

d. identitas perkalian dan penjumlahan / selisih sinus dan kosinus

1. identitas perkalian

identitas perkalian sinus dan kosinus

$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)]$

$\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)]$

identitas perkalian kosinus-kosinus dan sinus-sinus

$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]$

$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)]$

identas perkalian tangen

$$\tan\alpha\tan\beta = \frac{\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)}$$

contoh soal!

1. tentukan nilai dari $\cos 75^\circ \sin 15^\circ$

$\cos 75^\circ \sin 15^\circ$ ... masukkan dalam rumus $\cos\alpha\sin\beta$

$= \frac{1}{2}[\sin(75^\circ+15^\circ) - \sin(75^\circ-15^\circ)]$

$= \frac{1}{2}(\sin 90^\circ - \sin 60^\circ)$

$= \frac{1}{2}(1 - \frac{\sqrt{3}}{2})$

$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

2. identitas penjumlahan

identas penjumlahan /selisih sinus

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$

identitas penjumlahan/selisih kosinus

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$

$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$

identitas penjumlahan /selisih tangen

$$\tan\alpha + \tan\beta = \frac{2\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)}$$

$$\tan\alpha - \tan\beta = \frac{2\sin(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)}$$

Typo